

Endliche Automaten

Merkmale endlicher Automaten:

- Speicher, genannt Zustandsmenge (oder auch endliche Kontrolle), hat „konstante Größe“ (d.h., er wächst nicht mit der Länge der Eingabe).
- Eingabewort wird zeichenweise von links nach rechts abgearbeitet.
- Pro Zeichen erfolgt ein „Zustandswechsel“.
- Nach Abarbeitung wird die Eingabe akzeptiert oder verworfen.
- Menge der akzeptierten Eingabeworte bildet die Sprache des Automaten.

Bezeichnungen:

DFA = Deterministic Finite Automaton

= deterministischer endlicher Automat

NFA = Nondeterministic Finite Automaton

= nicht-deterministischer endlicher Automat

Veranschaulichung

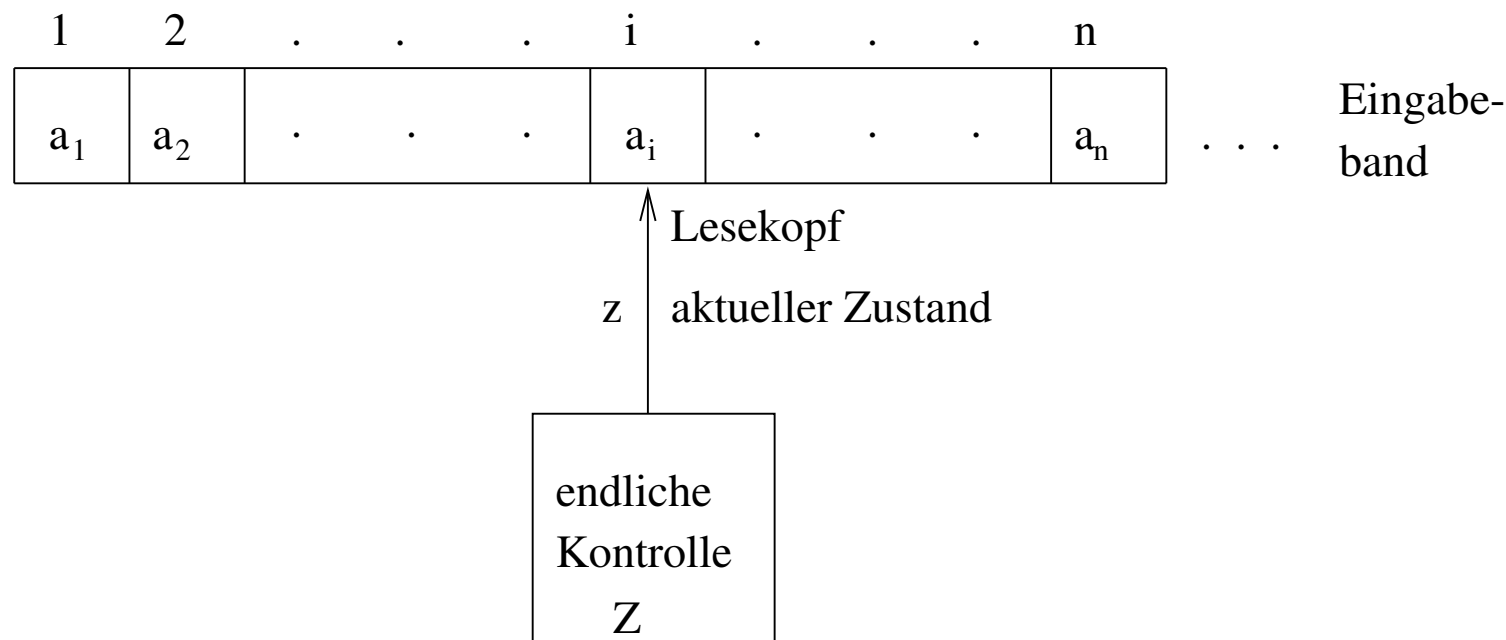


Abbildung 1: DFA mit Eingabeband (in „Zellen“ unterteilt), Lesekopf und endlicher Kontrolle.

Nach Verarbeitung von a_i erfolgt ein Zustandswechsel und der Lesekopf rückt eine Position nach rechts.

DFA (formale Definition)

Ein DFA M besteht aus den folgenden Komponenten:

- Z , die Zustandsmenge
- Σ , das Eingabealphabet
- $\delta : Z \times \Sigma \rightarrow Z$, die Überföhrungsfunktion
- $z_0 \in Z$, der Startzustand
- $E \subseteq Z$, die Menge der Endzustände

Arbeitsweise:

- Anfangs befindet sich M im Startzustand z_0 .
- Nach Verarbeitung des Zeichens a im Zustand z geht M in den Zustand $z' = \delta(z, a)$ über.
- Nach Verarbeitung des letzten Zeichens der Eingabe wird diese genau dann akzeptiert wenn M sich in einem Endzustand befindet.

Beispiel

Betrachte den DFA M mit den folgenden Komponenten:

- $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3\}$.
- $\Sigma = \{a, b\}$.
- Startzustand ist z_0 .
- $E = \{z_3\}$.
- δ ist gegeben durch folgende Tabelle:

δ	z_0	z_1	z_2	z_3
a	z_1	z_2	z_3	z_0
b	z_3	z_0	z_1	z_2

Eingabe $aaabbaaab$ führt zur Zustandsfolge $z_0, z_1, z_2, z_3, z_2, z_1, z_2, z_3, z_0, z_3$.

Akzeptiere!

Eingabe $bbabb$ führt zur Zustandsfolge $z_0, z_3, z_2, z_3, z_2, z_1$. Verwerfe!

Visualisierung am Zustandsgraphen

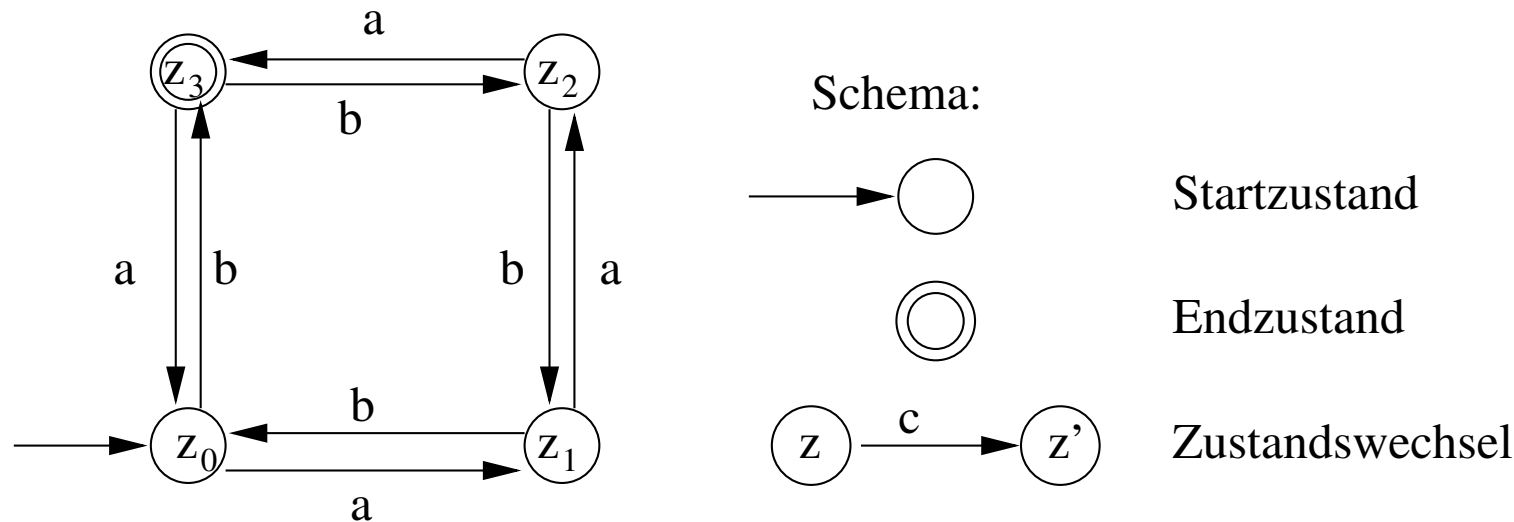


Abbildung 2: der Zustandsgraph G_M zum Beispiel-DFA M .

Rechnungen an Eingaben wie zum Beispiel *aaabbaaab* oder *bbabb* entsprechen Pfaden im Zustandsgraphen.

Merke wohl: Da $\delta : Z \times \Sigma \rightarrow Z$ den Folgezustand eindeutig festlegt, gibt es zu jeder **Eingabe** w einen eindeutigen (von z_0 startenden) **Pfad** P_w in G_M .

Die von einem DFA akzeptierte Sprache

Die vom DFA M akzeptierte Sprache ist gegeben durch

$$T(M) := \{w \in \Sigma^* \mid \text{Pfad } P_w \text{ durch } G_M \text{ endet in einem Endzustand}\} .$$

Scharfes Hinsehen beim Zustandsgraph liefert für den Beispiel-DFA:

$$T(M) := \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a - |w|_b \equiv 3 \pmod{4}\} .$$