

Übungen zur Vorlesung
Theorie des Maschinellen Lernens
Sommer 2013
Übungsblatt 08

Aufgabe 8.1

Beweise die Fehler-Schranke aus der Vorlesung für den Lerner mit datenabhängigem Margin. Beweise also:

Sei $\gamma(k) = 2^{-k}$ und $p_k \geq 0$ eine Folge mit $\sum_k p_k = 1$, außerdem sei $k_0, f_0 \in F_{k_0}$ die Minimalstelle von $\hat{\text{er}}_z^{\gamma(k)}(f) + \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0(m, \delta \cdot p_k, d(\gamma(k)))$.

Dann gilt mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $1 - \delta$

$$\text{er}_P(f_0) \leq \text{opt}_P^{\gamma(k_0)}(F_{k_0}) + \epsilon_0(m, \delta \cdot p_{k_0}, d(\gamma(k_0)))$$

mit $d(\gamma(k)) = \text{fat}_{\Pi_{\gamma(k)}(F_k)}\left(\frac{\gamma(k)}{8}\right)$.

Aufgabe 8.2

Gib einen effizienten Konsistenten-Hypothesen-Finder für die Klasse H_n der 1-Decision-Lists über n Variablen an.

Hinweis: Einen Konsistenten-Hypothesen-Finder $L : \cup_{n \geq 1} \cup_{m \geq 1} Z_n^m \rightarrow \cup_{n \geq 1} H_n$ nennen wir effizient, falls seine Laufzeit durch $\text{poly}(n, m)$ beschränkt ist. Für die Definition der 1-Decision-Lists siehe Blatt 4.

Wir definieren das *Two-Oracle Realizable Model* folgendermaßen: Der Lerner hat Zugriff auf zwei Stichproben, z^+ und z^- , wobei die erste P^+ -verteilt ist und nur positive Beispiele (mit Label 1) enthält, während die zweite P^- -verteilt ist und nur negative Beispiele (mit Label 0) enthält. Beide Verteilungen sind auf derselben Menge X definiert.

Wie im gewöhnlichen Realizable Model gehen wir davon aus, dass ein Zielkonzept $t \in H$ existiert mit $\text{er}_{P^+}(t) = \text{er}_{P^-}(t) = 0$.

Das Ziel eines Lerners L ist es nun eine Hypothese $L(z^+, z^-)$ aus H auszugeben, so dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $1 - \delta$ gleichzeitig $\text{er}_{P^+}(L(z^+, z^-)) \leq \epsilon$ und $\text{er}_{P^-}(L(z^+, z^-)) \leq \epsilon$ gilt.

Aufgabe 8.3

Zeige: Falls H im gewöhnlichen Realizable Model mit $m(\epsilon, \delta)$ Beispielen effizient lernbar ist, dann ist H im Two-Oracle Realizable Model mit $m(\epsilon/2, \delta)$ positiven und ebenso vielen negativen Beispielen effizient lernbar.

Aufgabe 8.4

Zeige: Falls H im Two-Oracle Realizable Model mit $m^+(\epsilon, \delta)$ positiven und $m^-(\epsilon, \delta)$ negativen Beispielen effizient lernbar ist, dann ist H im gewöhnlichen Realizable Model mit

$$O\left(\frac{m^+(\epsilon, \delta) + m^-(\epsilon, \delta) + \log(1/\delta)}{\epsilon}\right)$$

Beispielen effizient lernbar, wenn wir dem Lerner erlauben, neben Hypothesen aus H auch die konstante 0- und die konstante 1-Funktion auszugeben.

Hinweis zur Prüfung:

Studierende der Mathematik können sich bis zum 4. Juli per VSPL für die mündliche Prüfung am 18. Juli anmelden. Bitte vor der VSPL-Anmeldung einen Termin mit Uhrzeit von Frau Weißmann (NA 1/72) geben lassen!