Hans U. Simon
Michael Kallweit

Bochum, den 12.06.2009
Abgabe bis 19.06.2009 um 12:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie
SS 2009
Blatt 8

Aufgabe 8.1

Es bezeichne MIN-VERTEX-COVER das zu VERTEX-COVER zugehörige Optimierungsproblem (Gesucht ist also eine kleinstmögliche Knotenüberdeckungsmenge).

Zeige, dass MIN-VERTEX-COVER 2-approximierbar ist.

Aufgabe 8.2

Betrachte folgendes Optimierungsproblem:

MAX-CUT

Eingabe: Eine Graph $G = (V, E)$.
Lösung: Eine disjunkte Zerlegung von V in V_1 und V_2
Ziel: Maximiere $\#\left((V_1 \times V_2) \cap E\right)$

Zeige, dass MAX-CUT 2-approximierbar ist.

Aufgabe 8.3

Es bezeichne MIN-GRAPH-COLORING das zu COLORABILITY zugehörige Optimierungsproblem (Gesucht ist also eine Färbung der Knoten mit minimaler Farbanzahl).

Zeige, dass (unter der Annahme $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$) MIN-GRAPH-COLORING $\notin$ PTAS.

Aufgabe 8.4

Die Composition $G_1[G_2] =: G = (V, E)$ zweier Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$ ist definiert durch:

$$V := V_1 \times V_2$$

und

$$\{(u_1, u_2), (v_1, v_2)\} \in E \quad :\Leftrightarrow \quad (u_1 = v_1 \ \wedge \ \{u_2, v_2\} \in E_2) \ \vee \ (\{u_1, v_1\} \in E_1) \ .$$

Die k-te Potenz G^k eines Graphen G ist definiert durch $G^1 := G$ und $G^k := G[G^{k-1}]$.

a) Sei G ein Graph und es bezeichne $\text{MaxInSet}(G)$ die Größe einer größten unabhängigen Knotenmenge in G (siehe auch INDEPENDENT-SET Problem). Zeige, dass für $k \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\text{MaxInSet}(G^k) = \text{MaxInSet}(G)^k$$

b) Sei MAX-INDEPENDET-SET das zu INDEPENDENT-SET zugehörige Optimierungsproblem (Gesucht ist also eine größtmögliche unabhängige Knotenmenge).

Folgere aus MAX-INDEPENDET-SET $\notin$ PTAS dass MAX-INDEPENDET-SET $\notin$ APX.