Hans U. Simon
Michael Kallweit

Bochum, den 24.06.2008
Abgabe bis 01.07.2008 um 10:00 Uhr

# Übungen zur Vorlesung
# **Komplexitätstheorie**
## SS 2008
## Blatt 10

Betrachte folgendes Optimierungsproblem:

MinimumKnapsack

**Eingabe:** Eine endliche Objektmenge $\{1, \dots, n\}$, Gewichte $w_i$ und Profite $p_i$ (für alle $i \in \{1, \dots, n\}$) und eine positive Zahl $b$

**Lösung:** Eine Teilmenge $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\sum_{i \in I} p_i \geq b$

**Maß:** Das Gewicht der Auswahl $I$, d.h. $\sum_{i \in I} w_i$

### Aufgabe 10.1

Konstruiere einen pseudo-polynomiellen Algorithmus für MinimumKnapsack.

### Aufgabe 10.2

Konstruiere ein volles polynomielles Approximationsschema (FTPAS) für MinimumKnapsack.

[Hinweis: Benutze Aufgabe 1 und verwende die "Rounding and Scaling"-Technik, diesmal aber mit variabler Skalierung]

### Aufgabe 10.3

Sei

$$\mathrm{RP} := \left\{ L \subseteq \Sigma^* \;\middle|\; \exists\, PTM\ \mathcal{M} : \forall x \in \sigma^* : \begin{cases} \mathcal{M} \text{ akz. } x \text{ mit Wahrscheinlichkeit } \geq \frac{1}{2}, & x \in L \\ \mathcal{M} \text{ verw. } x \text{ mit Wahrscheinlichkeit } 1, & x \notin L \end{cases} \right\}$$

$$\text{co-RP} := \left\{ L \subseteq \Sigma^* \;\middle|\; \exists\, PTM\ \mathcal{M} : \forall x \in \sigma^* : \begin{cases} \mathcal{M} \text{ akz. } x \text{ mit Wahrscheinlichkeit } 1, & x \in L \\ \mathcal{M} \text{ verw. } x \text{ mit Wahrscheinlichkeit } \geq \frac{1}{2}, & x \notin L \end{cases} \right\}.$$

Zeige, dass $\mathrm{P} \subseteq \mathrm{RP} \subseteq \mathrm{NP}$ und $\mathrm{P} \subseteq \text{co-RP} \subseteq \text{co-NP}$.

**Aufgabe 10.4**

Ein LasVegas-Algorithmus ist ein randomisierter Algorithmus, dessen JA/NEIN-Ausgabe (für akzeptierende bzw. verwerfende Rechnungen) absolut verlässlich ist, aber noch über eine dritte Aufgabemöglichkeit WEISS-NICHT verfügt und diese mit höchstens Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ produziert.

Zeige, dass $\mathrm{RP} \cap \text{co-RP} = \textsc{LasVegas}$.