

Übungen zur Vorlesung
Komplexitätstheorie
SS 2008
Blatt 6

Aufgabe 6.1

Im Beweis des Satzes von Wrathall (Satz 8.11) werden zwei Sprachen L_1, L_2 definiert mit

$$\begin{aligned} L_1 &= \{ \langle y, u, v, x \rangle : u_1, \dots, u_r \in L' \}, \\ L_2 &= \{ \langle y, u, v, x \rangle : v_1, \dots, v_s \in \bar{L}' \}, \end{aligned}$$

wobei $L' \in \Sigma_{k-1}$ die Sprache ist, an die die Maschine M die Orakelanfragen stellt. Zeige:

- a) $L_1 \in \Sigma_{k-1}$
- b) $L_2 \in \Pi_{k-1}$

[Hinweis: Verwende die Induktionsvoraussetzung des Beweises und Lemma 8.5.]

Aufgabe 6.2

Beweise folgende Aussagen:

- a) Die Einschränkung von $\mathcal{B}_k$ auf CNF-Formeln bei ungeradem k und DNF-Formeln bei geradem k ist Σ_k -vollständig
- b) Die Einschränkung von $\tilde{\mathcal{B}}_k$ auf DNF-Formeln bei ungeradem k und CNF-Formeln bei geradem k ist Π_k -vollständig

[Hinweis: Betrachte den Beweis von Satz 8.19]

Aufgabe 6.3

Betrachte folgendes Entscheidungsproblem:

UNIQUE SAT

Eingabe: Eine boolesche Formel F

Frage: Hat F genau eine erfüllende Belegung?

Zeige, dass $\text{UNIQUE SAT} \in \Delta_2$.

Aufgabe 6.4

Sei cod eine Kodierung von Booleschen Formeln. Auf welchem Level der polynomiellen Hierarchie liegt die folgende Sprache:

$\{\text{cod}(F) \mid F \text{ ist boolesche Formel und es gibt keine bzgl. } \text{cod} \text{ kürzere zu } F \text{ äquivalente Formel}\}$