Hans U. Simon
Michael Kallweit

Bochum, den 29.04.2008
Abgabe bis 06.05.2008 um 10:00 Uhr

Übungen zur Vorlesung

Komplexitätstheorie

SS 2008

Blatt 3

Aufgabe 3.1

Gib eine vollständige Formulierung des Algorithmus von Reduktion 7 (Skriptum Woche 3, Seite 3) an und zeige, dass der Algorithmus immer eine zulässige Rundreise mit Maximalkosten K konstruiert, falls eine solche existiert.
[Hinweis: Verwende das folgende Konzept der partiellen Lösung: *Ein Paar* (E^+,E^-) *von Kantenmengen heißt partielle Lösung, wenn* E^+ *durch Hinzufügen von Kanten aus* $E \setminus E^-$ *zu einer zulässigen Rundreise ergänzt werden kann.* Zeige, dass bei dem Algorithmus zu jedem Zeitpunkt (E^+,E^-) eine partielle Lösung ist.]

Aufgabe 3.2

Sei $R_{\mathbf{E}}$ die zum Entscheidungsproblem **E** gehörige Relation. Zeige auf elementare Weise, dass die folgenden Relationen selbstreduzierbar sind:

a) $R_{\mathbf{3-Colorability}}$,

b) $R_{\mathbf{KP}}$.

Aufgabe 3.3

Zeige, dass die Relation $R_{\mathbf{Clique}}$ Levin-reduzierbar ist auf die Relation $R_{\mathbf{VC}}$.
[Hinweis: Betrachte die polynomielle Reduktion im Buch von Schöning.]

Aufgabe 3.4

Betrachte die Beweisidee zur Selbstreduzierbarkeit des Graphenisomorphieproblems (Beispiel 6.22, Skriptum Woche 3, Seite 14-15):

a) Beweise den „Induktionsschritt“: Die Funktion h mit erweitertem Definitionsbereich $\{u_1, \ldots, u_i, u_{i+1}\}$ ist genau dann eine partielle Lösung, wenn H und H' isomorph sind.

b) Die Selbstreduktion erzeugt beim virtuellen Fortsetzungstest Hilfsgraphen, indem jeder Knoten u_j (bzw. u'_j) jn viele Knoten als Nachbarn erhält. Begründe, warum die Anzahl von j neuen Nachbarn nicht ausreicht.
[Hinweis: Es gibt ein Gegenbeispiel mit vier Knoten.]