

Aufgabe 1.1 (4 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- a) $n^2 + 10^6 n \in O(n^2)$.
- b) $n \log n \in O(n)$.
- c) $f(n) + g(n) \in O(\max(f, g)(n))$.
- d) $f(n) \in O(g(n))$ und $g(n) \in O(h(n)) \Rightarrow f(n) \in O(h(n))$.

Aufgabe 1.2 (4 Punkte)

Übersetzen Sie folgenden Pseudocode, der alle Primzahlen bis zur Zahl n findet und ausgibt, in RAM-Code. (Die letzte Schleife, in der die eingerahmte Zahl als Wert ausgegeben wird, braucht nicht übersetzt zu werden.) Zeigen Sie zunächst, dass der Algorithmus korrekt ist.

```
1  a = ⟨1, ..., 1⟩ : Array[2..n] of {0, 1}
2  for i := 2 to ⌊√n⌋
3      do if a[i]
4          then for j := 2i to n step i
5              do a[j] := 0
6  for i := 2 to n
7      do if a[i] ≠ 0
8          then output(„i ist Primzahl“)
```

Aufgabe 1.3 (4 Punkte)

Formulieren Sie binäre Suche mit Zweiweg-Vergleichen, d.h., ein Vergleich liefert nur, ob $x \leq a[m]$ oder $x > a[m]$ gilt. Welche Schleifeninvariante gilt für diesen Algorithmus?

Aufgabe 1.4 (4 Punkte)

Lösen Sie folgende Rekurrenzen mit Hilfe des Master-Theorems:

- a) $T(n) = 7T(n/2) + n^2$
- b) $T(n) = 2T(n/2) + n^3$
- c) $T(n) = 16T(n/4) + n^2$