

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 14/15
Übungsblatt 05

Hinweis: Für jede der Aufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.

Aufgabe 5.1 Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{1, \dots, 7\}$ und

$$E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 7\}, \{5, 7\}\}$$

- Führe eine Breitensuche für G mit dem Startknoten 1 durch. Notiere dazu die Entwicklung der Queue, gib die endgültigen Werte $\text{zeiger}[1], \dots, \text{zeiger}[7]$ an und zeichne den erhaltenen Spannbaum.
- Führe eine Tiefensuche für G mit dem Startknoten 1 durch. Notiere dazu die Entwicklung des Stacks, gib die endgültigen Werte $\text{zeiger}[1], \dots, \text{zeiger}[7]$ an und zeichne den erhaltenen Spannbaum.

Aufgabe 5.2 Gegeben sei der gerichtete, azyklische Graph $G = (V, E)$ mit

$$V = \{1, \dots, 8\}$$

$$E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 7), (2, 8), (3, 4), (4, 5), (4, 6), (7, 5), (7, 6), (8, 3), (8, 7)\}$$

Finde eine topologische Sortierung der Knoten mit Hilfe der um Austrittsnummern erweiterten Tiefensuche mit Startknoten 1. Gib dazu die Entwicklung des Stack-Inhalts und eine Tabelle mit den Austrittsnummern an.

Aufgabe 5.3 Finde je ein Beispiel eines Graphen, der

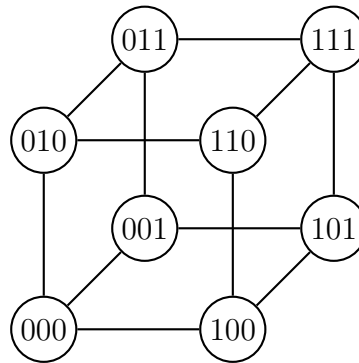
- eulersch und hamiltonsch,
- nicht eulersch, aber hamiltonsch,
- eulersch, aber nicht hamiltonsch,
- weder eulersch noch hamiltonsch

ist. Begründe die Korrektheit Deiner Lösung.

Aufgabe 5.4 Der d -dimensionale Hyperwürfel Q_d ist ein Graph mit Knoten der Form $x = (x_1, \dots, x_d) \in \{0, 1\}^d$ und genau einer Kante zwischen $u = (u_1, \dots, u_d)$ und $v = (v_1, \dots, v_d)$, wenn sich u und v in genau einer Stelle unterscheiden, das heißt

$$Q_d = (V_d, E_d) \quad \text{mit} \quad V_d = \{0, 1\}^d, \quad E_d = \{\{u, v\} : |\{i : u_i \neq v_i\}| = 1\}$$

Beweise durch Induktion über d , dass der d -dimensionale Hyperwürfel Q_d hamiltonsch ist (für $d \geq 2$).



Der 3-dimensionale Hyperwürfel Q_3 .