

Übungen zur Vorlesung  
**Diskrete Mathematik**  
WS 13/14  
Übungsblatt 07

**Hinweis:** Für jede der Hausaufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.

**Aufgabe 7.1** Finde und beweise ein Kriterium für Teilbarkeit durch 13.

**Aufgabe 7.2** Der Kleinstaat Fabelland mit 23456 Einwohnern hat eine eigene Armee. Bei Übungsmärschen geht man in 5er-Reihen – dann gehen genau 3 Offiziere an der Spitze. Bei Paraden wird in 8er-Reihen marschiert – dann ist vorne das 6-köpfige Musikkorps. Beim jährlichen Manöver gehen alle in 7er-Reihen, und es bleiben genau 2 Mann zum Ziehen der einzigen Kanone Fabellands übrig. Als einmal ein hoher Staatsbesuch kam, stellte man sich in 9er-Reihen vor dem Bahnhof auf, wobei die beiden Generäle an der Spitze standen. In der Verfassung des Landes steht, dass höchstens 10% aller Einwohner von Fabelland in der Armee sein dürfen.

Wieviele Soldaten hat Fabelland?

**Aufgabe 7.3** Wie lauten die letzten zwei Ziffern von  $9080706050403^{2013}$ , wie die letzte Ziffer von  $23^{(23^{23})}$ , jeweils in Dezimaldarstellung?

**Aufgabe 7.4** Ein größter gemeinsamer Teiler (ggT) von zwei Polynomen ist definiert als ein Polynom von maximalem Grad, das beide Polynome teilt.

- Berechne einen ggT der Polynome  $f(x) = x^4 - x^3 - x^2 - 2x$  und  $g(x) = x^3 + 6x^2 + 6x + 5$  mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus.
- Stelle den ggT als Linearkombination von  $f(x)$  und  $g(x)$  dar.
- Zeige, dass der ggT nicht eindeutig ist.