

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 11/12
Übungsblatt 06

Aufgabe 6.1 Gegeben sei der gerichtete, azyklische Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{1, \dots, 9\}$ und

$$E = \{(1, 2), (1, 3), (1, 6), (2, 3), (4, 3), (5, 2), \\ (5, 4), (6, 4), (7, 1), (8, 2), (8, 7), (9, 5), (9, 8)\}$$

Finde eine *topologische Sortierung* der Knoten mit Hilfe der um Austrittsnummern erweiterten Tiefensuche mit Startknoten 9.

Gib in jedem Schritt der Suche tabellarisch den Stack-Inhalt, die Zeiger und die Austrittsnummern an.

Aufgabe 6.2 Finde je ein Beispiel von Graphen die

- eulersch und hamiltonsch sind
- nicht eulersch, aber hamiltonsch sind
- eulersch, aber nicht hamiltonsch sind
- weder eulersch, noch hamiltonsch sind

Begründe die Korrektheit deiner Lösung.

Aufgabe 6.3 Wir wollen das Spiel *Schere, Stein, Papier* mit weiteren "Waffen" erweitern. Dabei soll das Spiel ausgewogen bleiben, das heißt jedes Symbol schlägt die gleiche Anzahl anderer Symbole (zum Beispiel wäre ein Spiel ausgewogen, wenn jedes Symbol genau gegen 2 andere Symbole gewinnt). Unentschieden soll nur dann eintreten, wenn beide Spieler dasselbe Symbol wählen.

- Zeige, dass eine Erweiterung auf 4 Symbole niemals ausgewogen ist (*Schere, Stein, Papier, Brunnen* wäre ein Beispiel für so ein Spiel).
- Für welche Anzahl an Symbolen ist es möglich ein ausgewogenes Spiel zu gestalten? Begründe deine Antwort und gib ein systematisches Verfahren an, das die Regeln erzeugt.

Aufgabe 6.4 Fritz hat die Lösung zur Aufgabe 6.4 nicht rechtzeitig abgegeben. Er erzählt folgende Ausrede: Gerade als er sie abgeben wollte, kam ein wilder Hund vorbeigelaufen und hat seinen Zettel in 12 Teile zerrissen. Zum Reparieren hatte Fritz leider nur einen Tacker mit 30 Heftklammern dabei. Er wollte jeweils zwei Teile zusammentackern, wenn sie eine gemeinsame Grenzlinie haben. Fritz behauptet die Heftklammern hätten nicht gereicht. Die Reste vom Zettel hat er weggeworfen.

Entlarve die Geschichte mit einem mathematischen Argument als Lüge.

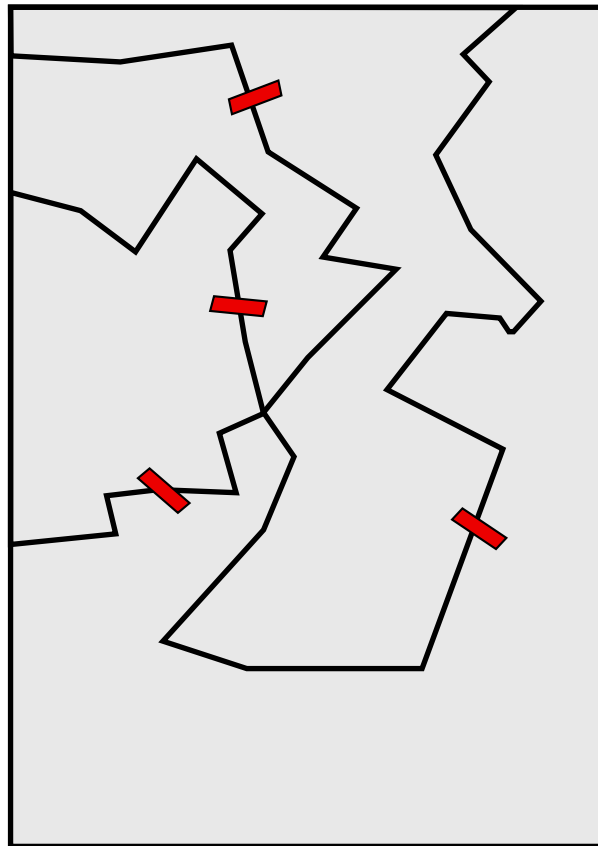


Abbildung 1: Beispiel für ein in vier Teile zerrissenes Blatt, das mit vier Klammern geflickt wurde