

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 09/10
Übungsblatt 07

Aufgabe 7.1

- Berechne den ggT von 42 und 97 mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus.
- Existiert in \mathbb{Z}_{97} zu 42 ein inverses Element? Wie lautet es?
- Löse die lineare Kongruenz

$$42 \cdot x \equiv 3 \pmod{97}$$

Aufgabe 7.2 Wie lauten die letzten zwei Ziffern von 9080706050403^{2009} , wie die letzte Ziffer von $7^{(7^7)}$ (jeweils in Dezimaldarstellung)?

Aufgabe 7.3 Der Kleinstaat Fabelland mit 34567 Einwohnern hat eine eigene Armee. Bei Übungsmärschen geht man in 5er-Reihen – dann gehen genau 4 Offiziere an der Spitze. Bei Paraden wird in 8er-Reihen marschiert – dann ist vorne das 5-köpfige Musikkorps. Beim jährlichen Manöver gehen alle in 7er-Reihen, und es bleiben genau 2 Mann zum Ziehen der einzigen Kanone Fabellands übrig. Als einmal ein hoher Staatsbesuch kam, stellte man sich in 9er-Reihen vor dem Bahnhof auf, wobei der General an der Spitze war. In der Verfassung des Landes steht, dass höchstens 10% aller Einwohner von Fabelland in der Armee sein dürfen.

Wie viele Soldaten hat Fabelland?

Aufgabe 7.4 Beweise:

$$\mathbb{Z}_m^* = \{ a \in \mathbb{Z}_m \mid \text{ggT}(a, m) = 1 \}$$

Anmerkung: Eine Richtung wurde in der Vorlesung gezeigt (siehe Zusatzmaterial auf der Homepage). Es bleibt zu zeigen: Ist $\text{ggT}(a, m) \neq 1$, dann gilt $a \notin \mathbb{Z}_m^*$, d.h. a hat in \mathbb{Z}_m^* kein multiplikatives Inverses.