Hans U. Simon
Michael Kallweit
Malte Darnstädt

Bochum, den 09.11.2009

Abgabe: 17.11.2009 (bis 8:15 Uhr)

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 09/10

Übungsblatt 04

Aufgabe 4.1

a) Berechne den sogenannten Prüfercode von

$$T := \big([8], \big\{\{1,2\},\{1,5\},\{2,6\},\{2,7\},\{2,8\},\{3,4\},\{3,6\}\big\}\big)$$

nach der Methode des Beweises des Satzes von Cayley aus der Vorlesung. Gib dazu in jedem Schritt die Veränderung des Baumes an.

b) Zeichne den Baum mit $n = 8$ Knoten, dessen Prüferkode 361221 ist. Gib dazu die Kanten des Baumes in der Reihenfolge an, in der sie durch den Aufruf des Algorithmus Dekodierung generiert werden.

Aufgabe 4.2 Gegeben sei ein Graph $G = (V, E)$ mit $V = \{1, 2, \ldots, 7\}$ und

$$E = \big\{\{1,2\},\{1,4\},\{1,5\},\{2,3\},\{3,5\},\{3,6\},\{3,7\},\{4,5\},\{5,6\},\{6,7\}\big\}$$

a) Führe eine Breitensuche für G mit dem Startknoten 1 durch. Gib dazu tabellarisch bei jeder Veränderung des Queue-Inhalts den gesamten Queue-Inhalt und die Werte zeiger[1], ..., zeiger[7] an.

b) Führe eine Tiefensuche für G mit dem Startknoten 1 durch. Gib dazu tabellarisch bei jeder Veränderung des Stack-Inhalts den gesamten Stack-Inhalt und die Werte zeiger[1], ..., zeiger[7] an.

Aufgabe 4.3 Für einen Graphen $G = (V, E)$ bezeichne $G^c := \big(V, \binom{V}{2} \setminus E\big)$ den komplementären Graphen. Ein Graph heißt genau dann *asymmetrisch*, wenn die Identität der einzige Automorphismus ist.

a) Gib einen asymmetrischen Graphen mit Knotenanzahl $n = 6$ an.

b) Beweise: G asymmetrisch $\Leftrightarrow$ G^c asymmetrisch.

Aufgabe 4.4 Wir erweitern den DFS-Algorithmus (Tiefensuche) um zwei Zähler, einen für den Zeitpunkt des Eintritt eines Knotens in den Stack und einen für seinen Austritt. D.h. der erste Knoten im Stack erhält die *Eintrittsnummer* 1, der zweite *Eintrittsnummer* 2, usw. Analog erhält der erste Knoten, der aus dem Stack entfernt wird, die *Austrittsnummer* 1, der zweite *Austrittsnummer* 2, usw.

Ein Knoten i heißt *abhängig* von Knoten j, falls in dem von der Tiefensuche erzeugten Spannbaum (vom Startknoten der Suche aus gesehen) i ein Nachfolger von j ist. Wenn i und j statt dessen in verschiedenen Ästen des Spannbaums auftreten, heißen sie *unabhängig.*

Wie lässt sich mit gegebenen Eintritts- und Austrittsnummern feststellen, ob zwei Knoten abhängig oder unabhängig sind? Gib für die Korrektheit deiner Methode auch einen Beweis an.