Ruhr-Universität Bochum
Fakultät für Mathematik
Jun.-Prof. Dr. G. Matthies

WS 2007/08

Numerische Mathematik für Umwelttechniker und Maschinenbauer Aufgabenblatt 4

Abgabe in der Vorlesung am Donnerstag, dem 20. Dezember 2007

1. Bestimmen Sie das Hermite-Interpolationspolynom p der Funktion $f(x) = \cos(\pi x)$ zu den Knoten $x_0 = 0$ und $x_1 = 1/2$. Geben Sie dazu auch das Schema der dividierten Differenzen an. Berechnen Sie $p(1/3)$ und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem exakten Wert $f(1/3)$.

2. Bestimmen Sie den interpolierenden kubischen Spline u zu den Daten

x_k	-8	-2	0	2	8
$f(x_k)$	0	1	8	1	0

Berechnen Sie anschließend die Werte $u(-1)$, $u(1)$ und $u(7)$.

3. Das kubische Polynom p hat auf dem Intervall $[0, 1]$ die Bézier-Punkte $b_0 = 3$, $b_1 = 2$, $b_2 = 2$ und $b_3 = 1$. Berechnen Sie $p(1/4)$ mit den Algorithmus von de Casteljau.

4. Das kubische Polynom p habe auf dem Intervall $[0, 1]$ die Bézier-Darstellung

$$p(x) = \sum_{k=0}^{3} b_k B_{3,k}(x).$$

Zeigen Sie, dass

$$p(0) = b_0, \qquad p(1) = b_3, \qquad p'(0) = 3(b_1 - b_0), \qquad p'(1) = 3(b_3 - b_2)$$

gilt. Benutzen Sie diese Formeln, um die Bézier-Punkte b_0, b_1, b_2 und b_3 des Polynoms $2x^3 + x^2 - 3x + 3$ zu berechnen.