

**Numerische Mathematik
für Umwelttechniker und Maschinenbauer
Aufgabenblatt 3**

Abgabe in der Vorlesung am Donnerstag, dem 6. Dezember 2007

1. Wie viele Iterationen des Bisektionsverfahrens benötigt man, um $\sqrt{2}$ auf 10 Dezimalstellen genau zu berechnen, wenn man mit den Werten $x_0 = 1$ und $y_0 = 2$ startet?
2. Berechnen Sie eine Näherung für $\sqrt[3]{2}$ mit Hilfe des Newton-Verfahrens. Verwenden Sie $x_0 = 1$ als Startwert und brechen Sie die Iteration ab, wenn $|x_k^3 - 2| \leq 10^{-4}$ ist.
3. Die Parabel $y = x^2$ und der Kreis mit dem Radius 2 um den Koordinatenursprung schneiden sich in zwei Punkten. Formulieren Sie dieses Problem in der Form $f(x, y) = (0, 0)^T$ mit einer geeigneten Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$. Ermitteln Sie die Jacobi-Matrix Df der Funktion f . Führen Sie zwei Schritte des Newton-Verfahrens mit dem Startwert $(x_0, y_0) = (2, 0)$ aus. Geben Sie mindestens einen Punkt $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ an, für den dieses Newton-Verfahren nicht durchführbar ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
4. Die Funktion

$$p(n) = \sum_{k=0}^n k^3$$

ist ein Polynom vierten Grades in n . Bestimmen Sie p durch Interpolation mit Hilfe des Newton-Schemas unter Verwendung der Knoten 0, 1, 2, 3 und 4. Geben Sie auch das Schema der dividierten Differenzen an.