

Numerische Mathematik für Umwelttechniker und Maschinenbauer Aufgabenblatt 1

Abgabe in der Vorlesung am Donnerstag, dem 08. November 2007

1. Schreiben Sie die Zahlen

$$123.45678, \quad -9753.135, \quad 0.00345$$

in normalisierter Darstellung bezüglich der Basis $b = 10$ und der Mantissenlänge $t = 4$. Wie groß sind die absoluten und relativen Fehler?

2. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{99} & \frac{1}{100} \\ \frac{1}{100} & \frac{1}{101} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens

- a) exakt mit Bruchrechnung,
- b) mit dreistelliger Gleitkomma-Arithmetik, d. h. $\frac{1}{99} = 0.101 \cdot 10^{-1}$.

Vergleichen Sie die Ergebnisse.

3. Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 25 \\ 50 \end{pmatrix}$$

mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens und bestimmen Sie die Determinante der Matrix.

4. Eine $n \times n$ -Matrix A heißt *Bandmatrix*, falls es eine Zahl $b < n$ gibt, so dass $A_{ij} = 0$ für alle Indexpaare mit $|i - j| > b$ gilt.
- a) Bestimmen Sie für eine Bandmatrix den Aufwand für den Eliminationsteil und den Rücklösungsteil des Gaußschen Eliminationsverfahrens in Abhängigkeit von n und b .
 - b) Auf einem PC können etwa $5 \cdot 10^8$ Operationen pro Sekunde ausgeführt werden. Wie groß dürfen lineare Gleichungssysteme sein, so dass der Eliminationsteil des Gaußschen Eliminationsverfahrens in einer Stunde bewältigt werden kann? Betrachten Sie dabei allgemeine Matrizen und Bandmatrizen mit $b = \sqrt{n}$.
 - c) Der PC habe einen Arbeitsspeicher von 2 GB. Zum Speichern einer Zahl werden 8 Bytes benötigt. Wie groß darf ein lineares Gleichungssystem mit einer allgemeinen Matrix bzw. einer Bandmatrix mit $b = \sqrt{n}$ höchstens sein, damit die Matrix komplett in den Arbeitsspeicher passt?