Ruhr-Universität Bochum
Fakultät für Mathematik
Dr. G. Matthies

28. Oktober 2004

Numerik von Differentialgleichungen
Aufgabenblatt 4

Termin: Donnerstag, 11. November 2004

1. Für $x \in \mathbb{R}$, $h > 0$ und $\vartheta > 0$ bezeichne $p(t)$ das Lagrangesche Interpolationspolynom zu der Funktion f und den Knoten x, $x+h$ und $x+h+\vartheta h$. Man berechne

$$\int_{x+h}^{x+h+\vartheta h} p(t)\,dt$$

und leite hieraus ein 2-Schritt-Verfahren vom Adams-Moulton-Typ mit variabler Schrittweite

$$\eta_{j+2} - \eta_{j+1} = h \sum_{k=0}^{2} b_k f(x_{j+k}, \eta_{j+k}), \qquad x_{j+1} := x_j + h,\ x_{j+2} := x_{j+1} + \vartheta h,$$

her. Wie sieht das Verfahren speziell für die Werte $\vartheta = 1/2$ und $\vartheta = 2$ aus? Für welche Werte von ϑ ist es konsistent, welche Ordnung hat dann das Verfahren?

2. Für $x \in \mathbb{R}$, $h > 0$ und $\vartheta > 0$ bezeichne $q(t)$ das Lagrangesche Interpolationspolynom zu der Funktion y und den Knoten x, $x+h$ und $x+h+\vartheta h$. Man berechne $q'(x+h+\vartheta h)$ und leite hieraus ein 2-Schritt-Verfahren vom BDF-Typ mit variabler Schrittweite

$$\eta_{j+2} + a_1 \eta_{j+1} + a_0 \eta_j = h b_2 f(x_{j+2}, \eta_{j+2}), \qquad x_{j+1} := x_j + h,\ x_{j+2} := x_{j+1} + \vartheta h,$$

her. Wie sieht das Verfahren speziell für die Werte $\vartheta = 1/2$ und $\vartheta = 2$ aus? Für welche Werte von ϑ ist es konsistent, welche Ordnung hat dann das Verfahren?

3. Man bestimme die Lösungen der folgenden homogenen Differenzengleichungen.

   a) $z_{j+2} - z_{j+1} - z_j = 0$, $z_0 = 2$, $z_1 = 1$.

   b) $z_{j+4} - 6z_{j+2} + 8z_{j+1} - 3z_j = 0$, $z_0 = 2$, $z_1 = 0$, $z_2 = 16$, $z_3 = -14$.