Ruhr-Universität Bochum
Fakultät für Mathematik
Dr. G. Matthies, Dipl.-Math. M. Lipinski

26. April 2004

Einführung in die Numerik
Aufgabenblatt 1

Abgabe: Donnerstag, 6. Mai 2004

1. (4 Punkte)
   Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

   a) Für die Lagrangeschen Grundpolynome λ_i, $i = 0, \dots, n$, zu den Knoten $x_0, \dots, x_n$ ist die Beziehung
   $$\sum_{i=0}^{n} \lambda_i(x) \equiv 1$$
   erfüllt. (2 Punkte)

   b) Es gilt
   $$\sum_{i=0}^{n} \lambda_i(0)\, x_i^j = 0, \qquad j = 1, 2, \dots, n.$$
   Hinweis: Fassen Sie die linke Seite als Interpolationspolynom auf, das an der Stelle $x = 0$ ausgewertet wird. (2 Punkte)

2. (4 Punkte)
   Man werte das Interpolationspolynom zu den Stützstellen $(0,0)$, $(1,1)$, $(2,5)$ und $(3,14)$ mit dem Neville-Aitken-Algorithmus an den Stellen $x^* = 3/2$ und $x^{**} = 5/2$ aus.

3. (4 Punkte)
   Bekanntlich ist
   $$p(n) := \sum_{k=1}^{n} k^3$$
   ein Polynom vom Grade kleiner oder gleich 4. Man bestimme p mit Hilfe der Newtonschen Interpolationsformel durch Interpolation von Werten in 5 aufeinanderfolgenden Knoten.

4. (4 Punkte)
   Sei $f(x) = g(x)h(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass für die dividierten Differenzen von f, g und h der Zusammenhang
   $$f[x_0, \dots, x_n] = \sum_{j=0}^{n} g[x_0, \dots, x_j]\, h[x_j, \dots, x_n]$$
   gilt.