

### 3. Aufgabenblatt zur Statistik I

Abgabe bis 6. Mai 2008

**1. Aufgabe (8 Punkte):** (*Randomized Response*)

Bei heiklen Themen und Umfragen dazu verwendet man ein Befragungs-Modell, welches man mit *unrelated question model* bezeichnet. Man möchte z.B. die Frage *Nehmen Sie harte Drogen ?* stellen, erhält aber in der Regel nicht korrekte Antworten. Daher geht man wie folgt vor: Ein Stapel Fragekarten ist zur Hälfte mit der heiklen Frage *A* und zur Hälfte mit einer harmlosen Frage *B* beschriftet, welche nichts mit Frage *A* zu tun hat (*Haben Sie heute schon gefrühstückt?*). Der Interviewer lässt den Befragten die Karten mischen, eine Karte verdeckt ziehen und die darauf gestellte Frage beantworten. Die untersuchte Personengruppe enthalte einen bekannten Anteil  $p_B$  der Personen, welche Frage *B* bejahen (Frühstücker). Sei  $\vartheta = p_A$  die Wahrscheinlichkeit, mit der die heikle Frage bejaht wird. Es werden  $n$  Personen unabhängig befragt. Geben Sie das statistische Modell an und geben Sie einen besten Schätzer für  $\vartheta$  an. Bestimmen Sie dessen Varianz.

**2. Aufgabe (8 Punkte):**

Berechnen Sie in der Situation von Aufgabe 4, Blatt 1, die Varianzen  $\mathbb{V}_\vartheta(M)$  und  $\mathbb{V}_\vartheta(T)$ . Welchen Schätzer sollte man zur Benutzung empfehlen?

*Hinweis:* Bestimmen Sie für  $n \geq 3$  und  $\vartheta = 1/2$  zunächst die gemeinsame Verteilungsdichte von  $\min_{1 \leq i \leq n} X_i$  und  $\max_{1 \leq i \leq n} X_i$ . Dann bestimmen Sie die Verteilungsdichte von  $T$ .