# VORLESUNG: RIEMANNSCHE MANNIGFALTIGKEITEN (DIFFERENTIALGEOMETRIE II)

TILMANN WURZBACHER – RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM – SOMMERERSEMESTER 2015

## 1. Allgemeine Informationen

Vorlesungen: Dienstag und Donnerstag 14h15-16h00 in NA 4/64
Übungen: Mittwoch 10h15-12h00 in NA 4/24 ab dem 15.04.2015

Bei Fragen können sie sich auch per email melden: `Tilmann.Wurzbacher@ruhr-uni-bochum.de`

**Beginn der Vorlesung: Dienstag, den 14.04.2015 um 14h15 !**

## 2. Teilnehmerkreis:

Diese Vorlesung richtet sich an alle Studierende der Mathematik ab dem 6.Semester, sowie an Studierende anderer Fakultäten (insbesondere Physik) mit Interesse an der Vertiefung mathematischer Kenntnisse und Techniken. Die Vorlesung schliesst sich an die Vorlesung "Differentialgeometrie I" aus dem Wintersemester an. Zuhörerinnnen mit guten Kenntnissen im Rechnen auf Mannigfaltigkeiten und Grundkenntnissen in Riemannscher Geometrie können aber an der Veranstaltung auch ohne vorhergehendes Hören von Differentialgeometrie I mit Erfolg teilnehmen.

## 3. Thema der Vorlesung:

Methoden der Riemannschen Geometrie spielen heutzutage eine wichtige Rolle in vielen Gebieten der Mathematik und theoretischen Physik. Riemannsche Metriken erlauben es, auch auf nichtlinearen Objekten wie Sphären, Hyperboloiden und i.A. auf Mannigfaltigkeiten, natürliche Konzepte des linearen Zahlenraumes wie Kurvenlänge, Winkel und Volumen zu definieren. Ziel dieser Vorlesung ist das Studium dieser "Riemannschen Mannigfaltigkeiten" und Abbildungen zwischen ihnen. Insbesondere werden Krümmungsgrössen und ihre Beziehung zur Topologie und zu den Symmetrien Riemannscher Mannigfaltigkeiten behandelt.

Neben den Konzepten, Sätzen und Beweisen sollen in dieser Vorlesung auch zentrale Beispielklassen ausführlich erklärt werden.

## 4. Inhalt der Vorlesung in Kapiteln:

1. Tensorfelder und Integration auf Mannigfaltigkeiten
2. Krümmungsgrössen auf Riemannschen Mannigfaltigkeiten
3. Riemannsche Abbildungen: Immersionen, Submersionen und Überlagerungen
4. Jacobi-Felder und Variation der Energie
5. Räume konstanter Krümmung
6. Krümmung versus Topologie: Hadamard-Cartan, Bonnet-Myers, Synge-Weinstein
7. Holonomietheorie und symmetrische Räume
8. Vergleichssätze

## 5. Voraussetzungen:

Lineare Algebra I - II und Analysis I - III oder äquivalente Kenntnisse (z.B. Mathematik für Physiker I-IV). Als bekannt werden insbesondere vorausgesetzt der Existenz- und Eindeutigskeitssatz für Lösungen von Systemen gewöhnlicher Differentialgleichungen und der Satz über die Umkehrfunktion in mehreren Variablen, sowie die Grundtatsachen der mehrdimensionalen Integrationstheorie. Ausserdem sollte der Begriff der Mannigfaltigkeit bekannt sein oder die Bereitschaft vorhanden sein, sich parallel zur Vorlesung sehr schnell mit diesem vertraut zu machen. Optimal wären Kenntnisse, die einer einführenden Vorlesung zur Differentialgeometrie entsprechen.

## 6. Literatur:

Detaillierte Literaturempfehlungen werden natürlich in der Vorlesung gegeben. Zur Einstimmung und zur Begleitung der Vorlesung können z.B.dienen:

- Do Carmo, Manfredo: Riemannian geometry.
- Gallot, Sylvestre; Hulin, Dominique; Lafontaine, Jacques: Riemannian geometry.
- Lee, John: Riemannian manifolds: an introduction to curvature.