H. Franzen
Ruhr-Universität Bochum

Wintersemester 2017/18

Übungen zur Vorlesung Schemata
—Blatt 2—

Aufgabe 1. Sei X ein topologischer Raum und sei $p \in X$ ein Punkt. Sei A eine abelsche Gruppe. Zeige, dass durch

$$F(U) = \begin{cases} A & \text{falls } p \in U \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

eine Garbe auf X definiert ist. Man nennt F eine Wolkenkratzergarbe. Wie sieht der Halm von F an einem Punkt $x \in X$ aus?

Aufgabe 2. Sei F eine Garbe auf X, sei U eine offene Teilmenge von X und sei $s \in F(U)$ ein Schnitt. Die Teilmenge $\{x \in U \mid s_x \neq 0 \text{ in } F_x\}$ von U heißt der Träger von s und wird mit $\mathrm{Supp}(s)$ bezeichnet. Zeige, dass $\mathrm{Supp}(s)$ abgeschlossen in U ist.

Aufgabe 3. Zeige, dass für einen Garben-Morphismus $\psi : F \to G$ der (Prägarben)-Kern $\ker \psi$ eine Garbe ist. Finde ein Beispiel, wo der Prägarben-Cokern eines Morphismus von Garben keine Garbe ist.

Aufgabe 4. Seien F und G Garben auf X. Zeige, dass es eine Garbe $\underline{\mathrm{Hom}}(F, G)$ auf X gibt, deren Schnitte über einer offenen Menge $U \subseteq X$ gegeben sind durch $\mathrm{Hom}(F|_U, G|_U)$.