M. Reineke
H. Franzen
Ruhr-Universität Bochum

Wintersemester 2016/17

Übungen zur Linearen Algebra I
—Blatt 11—

Aufgabe* 1. Sei $a \in \mathbb{C}$. Betrachte die Matrix

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix}.$$

Prüfe für welche $a \in \mathbb{C}$ die Matrix $A(a)$ invertierbar ist und bestimme gegebenenfalls die inverse Matrix.

Aufgabe* 2. Seien V_1, V_2 und V_3 drei K-Vektorräume und $f : V_1 \to V_2$ und $g : V_2 \to V_3$ seien lineare Abbildungen. Zeige:

(i) Die Verknüpfung $g \circ f : V_1 \to V_3$ ist eine lineare Abbildung.

(ii) Genau dann ist $g \circ f = 0$, wenn $\mathrm{Bild}(f)$ in $\mathrm{Kern}(g)$ enthalten ist.

Aufgabe 3. Bestimme Basen des Kerns und des Bildes der linearen Abbildung $l_A : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^5$, die durch die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 9 & -6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

Aufgabe 4. Sei K ein Körper und sei X eine Menge. Betrachte den K-Vektorraum K^X aller Abbildungen $f : X \to K$ (siehe Aufgabe 3 von Blatt 7). Sei $\varphi : Y \to X$ eine Abbildung. Zeige, daß die Abbildung $h_\varphi : K^X \to K^Y$ definiert durch

$$h_\varphi(f) = f \circ \varphi$$

eine lineare Abbildung ist.

Abgabe am Montag, den **23.01.2017**, um 10 Uhr. Einwurf in die Zettelkästen auf Ebene NA 02.

Aufgaben mit * müssen abgegeben werden und sind für die Bonuspunkte relevant. Diese Aufgaben werden mit maximal 4 Punkten bewertet.