

Vorlesung im Wintersemester 2017/18

Numerik III: Discontinuous Galerkin Methods

Dr. Steffen Müntenmaier
steffen.muenzenmaier@uni-due.de

Vorlesung Di 12:15 – 13:45 Uhr Raum NAFOF 02/257 (Beginn: 10.10.2017)
Do 12:15 – 13:45 Uhr Raum NA 5/64

Discontinuous Galerkin (dG) Methods sind Finite Element Methoden, die eine Unstetigkeit in den diskreten Ansatz- und Testräumen zulassen. Sie können als eine Verallgemeinerung von Finite Volumen Verfahren gesehen werden, wobei die Ansatzfunktionen jedoch nicht nur konstant, sondern auch Polynome von höherem Grad sein können. dG Verfahren zeichnen sich durch hohe Flexibilität aus und erlauben es, grundlegende Erhaltungseigenschaften in die Verfahren einzubauen. Auch wenn dG Verfahren seit mehr als 40 Jahren existieren, so entwickelte sich ein lebhaftes Interesse an diesen Verfahren erst in den letzten 10-20 Jahren.

Die Vorlesung wird im wesentlichen aus zwei Teilen bestehen. Der erste und größere Teil wird sich mit dG Verfahren für hyperbolische Gleichungen beschäftigen. Hierbei wird das mathematische Fundament zur Konzeption und Analyse dieser Verfahren gelegt. Als Beispiel für eine hyperbolische Gleichung soll zuerst die (lineare) stationäre Reaktions-Advektionsgleichung dienen, anhand derer die Konstruktion passender Verfahren untersucht wird. Hierbei werden zwei Verfahren, die auf den *centered fluxes* und den *upwind fluxes* beruhen untersucht. Anschließend wird die Vorlesung die vorgestellten Konzepte verallgemeinern und näher auf zeitabhängige und nichtlineare Probleme eingehen.

Der zweite Teil der Vorlesung wird sich mit elliptischen und parabolischen partiellen Differentialgleichungen beschäftigen. Hierbei wird, für eine Diffusionsgleichung als einfaches Beispiel, eine Herleitung eines dG Verfahrens vorgestellt. Dieses Verfahren wird analysiert und Verallgemeinerungen erarbeitet.

Die verschiedenen Verfahren werden, begleitend zur Vorlesung, wahlweise in MATLAB oder FEniCS implementiert und anhand von Modellproblemen evaluiert bzw. verglichen. Diese Programme werden im Rahmen der Vorlesung zur Verfügung gestellt.

empfohlene Vorkenntnisse: Numerik II

Literaturempfehlungen:

D.A. Di Pietro, A. Ern : *Mathematical Aspects of Discontinuous Galerkin Methods*. Springer-Verlag, 2012.