RUHR UNIVERSITÄT BOCHUM RUB

7. Übungsblatt zur Funktionalanalysis

Prof. Dr. Angelika Rohde, Kamil Jurczak SoSe 2015

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Seien X, Y Banachräume und $L : X \times Y \to \mathbb{K}$ bilinear. Es gelte

1) $y \mapsto L(x, y)$ ist stetig für alle $x \in X$,
2) $x \mapsto L(x, y)$ ist stetig für alle $y \in Y$.

Zeigen Sie, dass L stetig ist.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Seien X ein Banachraum und Y_n, $n \in \mathbb{N}$, normierte Vektorräume. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei $A_n \subset \mathcal{L}(X, Y_n)$ eine unbeschränkte Teilmenge. Zeigen Sie: Es existiert ein $x \in X$, so dass $\sup_{L \in A_n} \|Lx\|_{Y_n} = \infty$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Seien X, Y Banachräume und $T \in \mathcal{L}(X, Y)$ ein injektiver Operator. Dann ist T^{-1} als Operator von $T(X) \subset Y$ nach X definiert. Zeigen Sie: T^{-1} ist genau dann stetig, wenn $T(X)$ abgeschlossen ist.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Seien X, Y und Z Banachräume, $T : X \to Y$ sei linear, $S : Y \to Z$ linear, injektiv und stetig und $T \circ S : X \to Z$ stetig. Zeigen Sie, dass dann auch T stetig ist.

Abgabetermin: Donnerstag, 4. Juni 2015 vor Beginn der Vorlesung.